Total No. of Printed Pages—24

5 SEM FYUGP MTHC (5C1/ 5C2/5C3/5C4)

2025

(November)

MATHEMATICS

(Core)

Paper : MTHC5C

The figures in the margin indicate full marks for the questions

Paper : MTHC5C1

(Linear Programming)

Full Marks : 60

Time : 2 hours

1. *(a)* ৰৈখিক প্ৰক্ৰমণ সমস্যা এটাৰ উপাংশ চাৰিটা কি কি? 1

What are the four components of a linear programming problem?

(b) শুদ্ধ নে অশুদ্ধ লিখা : 1

যদি কোনো ৰৈখিক প্ৰক্ৰমণ সমস্যাৰ সৰ্বোত্তম সমাধান থাকে, তেন্তে অন্তত এটা মৌলিক সম্ভাৱ্য সমাধান সৰ্বোত্তম হ'বই।

State True or False :

If an LPP has an optimal solution, then at least one basic feasible solution must be optimal.

(c) n টা সিদ্ধান্ত চলকবিশিষ্ট আৰু m টা সীমিত চৰ্তবিশিষ্ট ৰৈখিক প্ৰক্ৰমণ সমস্যাৰ বাবে সৰ্বোচ্চ কিমানটা মৌলিক সম্ভাব্য সমাধান থাকিব ? 1

What is the maximum number of basic feasible solutions for an LP problem with n numbers of decision variables and m numbers of constriants?

(d) ৰৈখিক প্ৰক্ৰমণ সমস্যা এটাৰ প্ৰামাণিক ৰূপটো মৌলকক্ষৰ সহায়ত লিখি উলিওৱা। 2

Write the standard form of an LPP in matrix notation.

(e) ছিমপ্লেক্স প্ৰণালীৰ সহায়ত তলৰ ৰৈখিক প্ৰক্ৰমণ সমস্যাটো সমাধান কৰা : 5

Solve the following LPP using simplex method :

সৰ্বোচ্চ মান নিৰ্ণয় কৰা (Maximize)

$$Z = 3x_1 + 2x_2$$

যাতে (subject to)

$$x_1 + x_2 \le 4$$
$$x_1 - x_2 \le 2$$
$$x_1, x_2 \ge 0$$

(f) দুই-স্তৰ পদ্ধতি বা two-phase পদ্ধতি ব্যৱহাৰ কৰি তলৰ ৰৈখিক প্ৰক্ৰমণ সমস্যাটো সমাধান কৰা : 9

Solve the following LPP using two-phase method :

সৰ্বনিম্ন মান নিৰ্ণয় কৰা (Minimize)

$$Z = 5x_1 + 8x_2$$

যাতে (subject to)

$$3x_1 + 2x_2 \ge 3$$
$$x_1 + 4x_2 \ge 4$$
$$x_1 + x_2 \le 5$$
$$x_1, x_2 \ge 0$$

অথবা / *Or*

Big-M পদ্ধতি প্ৰয়োগ কৰি সমাধান কৰা :

Solve by Big-M method :

সৰ্বোচ্চ মান নিৰ্ণয় কৰা (Maximize)

$$Z = x_1 + 2x_2$$

যাতে (subject to)

$$x_1 - 5x_2 \le 10$$
$$2x_1 - x_2 \ge 2$$
$$x_1 + x_2 = 10$$
$$x_1, x_2 \ge 0$$

2. *(a)* সত্য নে অসত্য লিখা : 1

State True or False :

যদি প্ৰাথমিক সমস্যাটো সীমাবদ্ধ নহয়, তেন্তে দ্বৈত সমস্যাৰ উদ্দেশ্য ফলনৰ সসীম মান থাকিব।

If the primal problem is unbounded, the dual may have finite value of the objective function.

(b) "দ্বৈতৰ দ্বৈত হ'লে প্ৰাথমিক হৈ যায়।" তলৰ ৰৈখিক প্ৰক্ৰমণ সমস্যাটোৰ বাবে ওপৰৰ বক্তব্যটোৰ সত্যাসত্য নিৰূপণ কৰা : 4

"The dual of the dual is the primal." Verify the statement for the following LPP :

সৰ্বোচ্চ মান নিৰ্ণয় কৰা (Maximize)

$$Z = 3x_1 + 2x_2$$

যাতে (subject to)

$$2x_1 + x_2 \le 5$$
$$x_1 + x_2 \le 3$$
$$x_1,\ x_2 \ge 0$$

অথবা / *Or*

(i) ৰৈখিক প্ৰক্ৰমণ সমস্যাৰ ক্ষেত্ৰত প্ৰাথমিক-দ্বৈত সম্পৰ্কৰ বাবে পূৰক শিথিলতাৰ ধৰ্মটো লিখা। 1

Write the complementary slackness property for primal-dual relationship in LPP.

(ii) অন্তৰ্নিহিত দৰ দ্বৈত ৰৈখিক প্ৰক্ৰমণ সমস্যাৰ সৈতে কেনেদৰে জড়িত? 1

How does the shadow price relate to the dual of an LP problem?

(iii) এটা ৰৈখিক প্ৰক্ৰমণ সমস্যাৰ প্ৰামাণিক প্ৰাথমিক ৰূপ বুলিলে কি বুজা? 2

What do you mean by standard primal form of an LPP?

(c) তলৰ ৰৈখিক প্ৰক্ৰমণ সমস্যাটো দ্বৈত ৰূপত লিখা : 6

Find the dual of the following LPP :

সৰ্বনিম্ন মান নিৰ্ণয় কৰা (Minimize)

$$Z = x_1 - 3x_2 - 2x_3$$

যাতে (subject to)

$$3x_1 - x_2 + 2x_3 \le 7$$
$$2x_1 - 4x_2 \ge 12$$
$$-4x_1 + 3x_2 + 8x_3 = 10$$
$$x_1,\ x_2 \ge 0$$

আৰু x_3 চিহ্নৰ ক্ষেত্ৰত সীমাবদ্ধ নহয়।

and x_3 is unrestricted in sign.

3. *(a)* m টা উৎসযুক্ত আৰু n টা গন্তব্যস্থানযুক্ত পৰিবহন সমস্যা এটাত থকা চলক আৰু সীমিত চৰ্তৰ সংখ্যা উল্লেখ কৰা। 1

Write the number of constraints and number of variables in a transportation problem with m sources and n destinations.

(b) পৰিবহন সমস্যাৰ এখন তালিকাৰ বাবে loop ৰ সংজ্ঞা আগবঢ়োৱা। 1

Define loop in a transportation table.

(c) নিম্নতম খৰচ পদ্ধতি ব্যৱহাৰ কৰি তলৰ পৰিবহন সমস্যাটোৰ প্ৰাৰম্ভিক মৌলিক সম্ভাব্য সমাধান নিৰ্ণয় কৰা : 6

Use least cost method (LCM) to find initial basic feasible solution to the following transportation problem :

	D_1	D_2	D_3	D_4	*Supply*
S_1	19	30	50	10	7
S_2	70	30	40	60	9
S_3	40	8	70	20	18
Demand	5	8	7	14	

অথবা / *Or*

পৰিবহন সমস্যাৰ প্ৰাৰম্ভিক মৌলিক সম্ভাব্য সমাধান নিৰ্ণয়ৰ বাবে ভ'গেলৰ আনুমানিকতাৰ পদ্ধতিটো আলোচনা কৰা।

Discuss the Vogel's approximation method (VAM) to find initial basic feasible solution of a transportation problem.

(d) তলৰ বণ্টন সমস্যাটো সমাধান কৰা আৰু ইয়াৰ আটাইবোৰ সৰ্বোত্তম সমাধান নিৰ্ণয় কৰা : 6+1=7

Solve the following assignment problem and find all the optimal assignments :

	A	*B*	*C*	*D*	*E*
I	9	8	7	6	4
II	5	7	5	6	8
III	8	7	6	3	5
IV	8	5	4	9	3
V	6	7	6	8	5

4. (a) সত্য নে অসত্য লিখা : 1

State True or False :

দুজন ব্যক্তি থকা শূন্য-যোগ খেলত পৰ্যাণ বিন্দু বা saddle point সদায়ে পোৱা যায়।

In a two-person zero-sum game, a saddle point always exists.

(b) ন্যূনতম-সৰ্বাধিক নীতি ব্যৱহাৰ কৰি 'সৰ্বশ্ৰেষ্ঠ কৌশল' ব্যাখ্যা কৰা। খেল তত্ত্ব বা গেম থিয়ৰীত খেল বা গেম মানে কি? 1+1=2

Explain the 'best strategy' on the basis of minimax principle. What is a game in game theory?

(c) *A* য়ে একে সময়তে দুটা মুদ্ৰা টছ্ কৰিছে। যদি দুয়োটা মুদ্ৰাতে মুণ্ড পৰে তেন্তে *A* য়ে লাভ কৰে 2 টকা আৰু যদি দুয়োটা মুদ্ৰাতে পুচ্ছ পৰে তেন্তে *A* য়ে লাভ কৰে

3 টকা। আকৌ যদি এটা মুণ্ড আৰু এটা পুচ্ছ পৰে, তেন্তে A য়ে 1 টকা হেৰুৱাই। খেলটোৰ মান নিৰ্ণয় কৰা। 4

A tosses two coins at a time. He receives ₹ 2 and ₹ 3 for two heads and two tails respectively and he losses ₹ 1 for one head and one tail. Find the value of the game.

(d) লেখ পদ্ধতি ব্যৱহাৰ কৰি তলৰ গেমটোৰ মান নিৰ্ণয় কৰা : 8

Use the graphical method for solving the following game :

Player A	*Player B*			
	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	2	2	3	−2
A_2	4	3	2	6

অথবা / *Or*

তলৰ খেলৰ সমস্যাটোক ৰৈখিক প্ৰক্ৰমণলৈ পৰিবৰ্তন কৰি সমাধান কৰা :

Solve the following game problem by converting it into an LPP :

$$\begin{array}{c} \\ A_1 \\ A_2 \end{array}\begin{array}{c} B_1 \quad B_2 \\ \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \end{array}$$

Paper : MTHC5C2

(Mathematical Methods)

Full Marks : 60

Time : 2 hours

1. *(a)* সত্য নে অসত্য লিখা : 1

State True or False :

যদি $f(x)$ ফলন এটা $(-\pi, \pi)$ ত যুগ্ম হয়, ইয়াৰ ফুৰিয়েৰ সম্প্ৰসাৰণত কেৱল ক'চাইন পদ থাকিব।

If a function $f(x)$ is even in $(-\pi, \pi)$, its Fourier series expansion contains only cosine terms.

(b) $(a, a+2\pi)$, $a \in R^+$ অন্তৰালত $f(x)$ ফলনৰ ফুৰিয়েৰ শ্ৰেণীৰ সংজ্ঞা দিয়া। 2

Define Fourier series of a function $f(x)$ in the interval $(a, a+2\pi)$, $a \in R^+$.

(c) $[0, \pi]$ অন্তৰালত $f(x) = \pi - x$ ফলনৰ অৰ্ধ-পৰিসৰ ক'চাইন শ্ৰেণী উলিওৱা। 4

Find the half-range cosine series of the function $f(x) = \pi - x$ in the interval $[0, \pi]$.

2. *(a)* *(i)* $L\{1\}$ আৰু *(ii)* $L\{e^{-at}\}$ ৰ মান লিখা। 1+1=2

Write the values of *(i)* $L\{1\}$ and *(ii)* $L\{e^{-at}\}$.

(b) যদি $L\{F(t)\} = f(s)$ আৰু $L\{G(t)\} = g(s)$, তেন্তে প্ৰমাণ কৰা যে

$$L\{c_1F(t) + c_2G(t)\} = c_1 f(s) + c_2 g(s)$$ 3

If $L\{F(t)\} = f(s)$ and $L\{G(t)\} = g(s)$, then prove that

$$L\{c_1F(t) + c_2G(t)\} = c_1 f(s) + c_2 g(s)$$

(c) মান নিৰ্ণয় কৰা : 3

Find :

$$L\{te^{at} \sin at\}$$

(d) যদি $L\{F(t)\} = f(s)$, তেন্তে প্ৰমাণ কৰা যে

$$L\{F(at)\} = \frac{1}{a} f\left(\frac{s}{a}\right)$$ 3

If $L\{F(t)\} = f(s)$, then prove that

$$L\{F(at)\} = \frac{1}{a} f\left(\frac{s}{a}\right)$$

(e) যদি $L\left\{2\sqrt{\frac{t}{\pi}}\right\} = \frac{1}{s^{3/2}}$, তেন্তে দেখুওৱা যে

$$L\left\{\frac{1}{\sqrt{t\pi}}\right\} = \frac{1}{\sqrt{s}}$$ 4

If $L\left\{2\sqrt{\frac{t}{\pi}}\right\} = \frac{1}{s^{3/2}}$, then show that

$$L\left\{\frac{1}{\sqrt{t\pi}}\right\} = \frac{1}{\sqrt{s}}$$

অথবা / *Or*

মান নিৰ্ণয় কৰা :

Find :

$$L\left\{\int_0^t e^{-t} \cos t \, dt\right\}$$

3. *(a)* মান লিখা : 1

Write the value of

$$L^{-1}\left\{\frac{s}{s^2 + a^2}\right\}$$

(b) তলত দিয়াবোৰৰ মান নিৰ্ণয় কৰা (যি কোনো এটা) : 3

Find the following (any *one*) :

(i) $L^{-1}\left\{\frac{3s+1}{s^2 - 2s - 3}\right\}$

(ii) $L^{-1}\left\{\frac{3}{(s-3)^2 + 3^2}\right\}$

(c) কনভলুচ্যন উপপাদ্য ব্যৱহাৰ কৰি মান উলিওৱা : 4

Apply convolution theorem to evaluate

$$L^{-1}\left\{\frac{1}{(s-2)(s+2)^2}\right\}$$

অথবা / Or

মান উলিওৱা :

Evaluate :

$$L^{-1}\left\{\frac{1}{(s+1)^2(s^2+4)}\right\}$$

4. (a) ফুৰিয়েৰ ক'চাইন অনুকলন ৰূপান্তৰৰ বিষয়ে লিখা। 1

Write the Fourier cosine integral transformation.

(b) ফুৰিয়েৰ ৰূপান্তৰৰ বাবে ডিৰিশ্লেটৰ চৰ্তসমূহৰ বিষয়ে লিখা। 2

Write the Dirichlet's conditions for Fourier transformation.

(c) ফুৰিয়েৰ ৰূপান্তৰৰ শিফ্‌টিং ধৰ্ম প্ৰমাণসহকাৰে ব্যাখ্যা কৰা। 4

State and prove the shifting property of Fourier transformation.

অথবা / Or

মডুলেচন উপপাদ্য প্ৰমাণসহকাৰে ব্যাখ্যা কৰা।

State and prove the modulation theorem.

(d) $f(x) = xe^{-x}, 0 \le x \le \infty$ ৰ ফুৰিয়েৰৰ ৰূপান্তৰ উলিওৱা। 6

Find the Fourier transformation of $f(x) = xe^{-x}, 0 \le x \le \infty$.

অথবা / Or

$f(x) = \begin{cases} 1, & 0 < x < 1 \\ 0, & x > 1 \end{cases}$ ৰ ফুৰিয়েৰ ৰূপান্তৰ উলিওৱা।

Find the Fourier transformation of

$$f(x) = \begin{cases} 1, & 0 < x < 1 \\ 0, & x > 1 \end{cases}$$

(e) $f(x) = \frac{e^{-ax}}{x}$ ৰ ফুৰিয়েৰ চাইন ৰূপান্তৰ উলিওৱা আৰু

$$\int_0^\infty \frac{e^{-ax} - e^{-bx}}{x} \sin px\, dx = \tan^{-1}\left(\frac{p}{a}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{p}{b}\right)$$

নিৰ্ণয় কৰা। 6

Find Fourier sine transform $f(x) = \frac{e^{-ax}}{x}$ and deduce that

$$\int_0^\infty \frac{e^{-ax} - e^{-bx}}{x} \sin px\, dx = \tan^{-1}\left(\frac{p}{a}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{p}{b}\right)$$

অথবা / Or

$F(p) = e^{-|p|y}$ ৰ ফুৰিয়েৰ বিপৰীত ৰূপান্তৰ $f(x)$ উলিওৱা।

Find the inverse Fourier transform $f(x)$ of $F(p) = e^{-|p|y}$.

5. *(a)* $L\left\{\frac{\partial y}{\partial t}\right\}$ৰ মান লিখা। 1

Write the value of $L\left\{\frac{\partial y}{\partial t}\right\}$.

(b) যদি $Y = Y(x, t)$, তেন্তে প্ৰমাণ কৰা যে

$$L\left\{\frac{\partial Y}{\partial t}\right\} = py(x, p) - Y(x, 0)$$

য'ত $L\{Y(x, t)\} = y(x, p)$. 3

If $Y = Y(x, t)$, then prove that

$$L\left\{\frac{\partial Y}{\partial t}\right\} = py(x, p) - Y(x, 0)$$

where $L\{Y(x, t)\} = y(x, p)$.

(c) লাপলাছ ৰূপান্তৰ ব্যৱহাৰ কৰি সমাধান কৰা (যি কোনো এটা) : 7

Solve using Laplace transform (any *one*) :

(i) $\frac{d^2y}{dt^2} + 2\frac{dy}{dt} - 3y = \sin t;\ y = \frac{dy}{dt} = 0,$

যত (when) $t = 0$

(ii) $\frac{d^2y}{dt^2} + 9y = \cos 2t;\ y(0) = 1,\ y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$

Paper : MTHC5C3

(Financial Mathematics)

Full Marks : 60

Time : 2 hours

UNIT—I

1. *(a)* Define the concept of inflation. 2

(b) Compare compound interest and simple interest in the growth of wealth over time, in an investment. 3

(c) Explain the concept of risk aversion principle. 3

Or

Explain comparison principle with a hypothetical example.

(d) Suppose the cash flow stream $(x_0, x_1, x_2, \ldots, x_n)$ has $x_0 < 0$ and $x_k \geq 0$ for all $k = 1, 2, \ldots, n$, with at least one term is strictly positive. Then prove that there is a unique positive root to the equation

$$x_n C^n + x_{n-1}C^{n-1} + \ldots + x_2C^2 + x_1C + x_0 = 0$$