

## DETERMINANTS

### Area of a Triangle (ত্রিভুজৰ ক্ষেত্রফল):

The area of a triangle whose vertices are  $(x_1, y_1)$ ,  $(x_2, y_2)$  and  $(x_3, y_3)$ , is given by:

$(x_1, y_1)$ ,  $(x_2, y_2)$  আৰু  $(x_3, y_3)$  শীৰ্ষবিন্দু বিশিষ্ট ত্ৰিভুজ এটাৰ ক্ষেত্রফল তলত দিয়া ধৰণে লিখিব পাৰি:

$$\Delta = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}. \quad \dots (1)$$

### Remarks (মন্তব্য):

- (i) Since area is a positive quantity, we always take the absolute value of the determinant in (1).

যিহেতু ক্ষেত্রফল এটা ধনাত্মক সংখ্যা, আমি সদায় নিৰ্ণায়ক (1)ৰ নিৰপেক্ষ মানটোহে লম ।

- (ii) If area is given, use both positive and negative values of the determinant for calculation.

ক্ষেত্রফল দিয়া থাকিলে, নিৰ্ণায়কটোৰ ধনাত্মক আৰু ঋণাত্মক, দুয়োটা মান ল'ব লাগে ।

- (iii) The area of the triangle formed by three collinear points is zero.

এক ৰেখীয় তিনিটা বিন্দুৰে গঠিত ত্ৰিভুজৰ ক্ষেত্রফল শূন্য ।

### EXERCISE 4.3

- 1.(ii)** Find area of the triangle with vertices  $(2, 7)$ ,  $(1, 1)$ ,  $(10, 8)$ .

$(2, 7)$ ,  $(1, 1)$ ,  $(10, 8)$  শীৰ্ষবিন্দু বিশিষ্ট ত্ৰিভুজৰ ক্ষেত্রফল উলিওৱা ।

**Solution:** Let us consider vertices of the triangle as  $A(2, 7)$ ,  $B(1, 1)$  and  $C(10, 8)$ .

ধৰা হ'ল, ত্ৰিভুজটোৰ শীৰ্ষবিন্দু কেইটা  $A(2, 7)$ ,  $B(1, 1)$  আৰু  $C(10, 8)$  ।

We know that, the area of a triangle whose vertices are  $(x_1, y_1)$ ,  $(x_2, y_2)$  and  $(x_3, y_3)$ , is

$$\Delta = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}.$$

আমি জানো যে,  $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$  আৰু  $(x_3, y_3)$  শীৰ্ষবিন্দু বিশিষ্ট ত্ৰিভুজ এটাৰ ক্ষেত্ৰফল

$$\Delta = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} |$$

Here (ইয়াত),  $x_1=2, y_1=7, x_2=1, y_2=1, x_3=10, y_3=8$ .

$$\begin{aligned} \therefore \text{area of the triangle ABC (ABC ত্ৰিভুজৰ ক্ষেত্ৰফল)} &= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 2 & 7 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 10 & 8 & 1 \end{vmatrix} \\ &= \frac{1}{2} \{2(1-8) - 7(1-10) + 1(8-10)\} = \frac{47}{2} \text{ sq.unit (বৰ্গ একক)} \end{aligned}$$

**2.** Show that points  $A(a, b + c), B(b, c + a), C(c, a + b)$  are collinear.

**Solution:** If the points  $A(a, b + c), B(b, c + a)$  and  $C(c, a + b)$  are collinear, then the area of the triangle ABC will be zero.

$$\begin{aligned} \text{Area of the triangle ABC} &= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} a & b+c & 1 \\ b & c+a & 1 \\ c & a+b & 1 \end{vmatrix} \\ &= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} a & a+b+c & 1 \\ b & a+b+c & 1 \\ c & a+b+c & 1 \end{vmatrix} && \text{[Applying } C_2 \rightarrow C_2 + C_1 \text{]} \\ &= \frac{1}{2} (a+b+c) \begin{vmatrix} a & 1 & 1 \\ b & 1 & 1 \\ c & 1 & 1 \end{vmatrix} && \text{[Taking } a+b+c \text{ as common from } C_2 \text{]} \\ &= 0 && \text{[}\therefore C_2 = C_3 \text{]} \end{aligned}$$

Hence, the points  $A(a, b + c), B(b, c + a)$  and  $C(c, a + b)$  are collinear.

**3.(i)** Find values of  $k$  if area of triangle is 4 sq. units and vertices are  $(k, 0)$ ,  $(4, 0)$ ,  $(0, 2)$ .  
 $(k, 0)$ ,  $(4, 0)$ ,  $(0, 2)$  শীৰ্ষবিন্দু বিশিষ্ট ত্ৰিভুজৰ ক্ষেত্ৰফল 4 বৰ্গ একক হ'লে,  $k$  ৰ মান উলিওৱা ।

**Solution:** Let us consider vertices of the triangle as  $A(k, 0)$ ,  $B(4, 0)$ ,  $C(0, 2)$ .  
 ধৰা হ'ল, ত্ৰিভুজটোৰ শীৰ্ষবিন্দু কেইটা  $A(k, 0)$ ,  $B(4, 0)$ ,  $C(0, 2)$  ।

$$\text{Area of the triangle ABC (ABC ত্ৰিভুজৰ ক্ষেত্ৰফল)} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} k & 0 & 1 \\ 4 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \{-2(k-4)\} \quad [\text{Expanding along } C_2 \text{ (} C_2 \text{ সাপেক্ষে বিস্তাৰ কৰি)}]$$

$$= |-k+4|$$

According to the question (প্ৰশ্নমতে),

$$\text{Area of triangle ABC} = 4 \text{ sq. units} \quad (\text{ABC ত্ৰিভুজৰ ক্ষেত্ৰফল} = 4 \text{ বৰ্গ একক})$$

$$\Rightarrow |-k+4| = 4$$

On taking positive sign, we get (ধনাত্মক চিহ্নলৈ আমি পাও)

$$-k+4=4 \Rightarrow k=0$$

On taking negative sign, we get (ঋণাত্মক চিহ্নলৈ আমি পাও)

$$-(-k+4)=4 \Rightarrow k=8.$$