DETERMINANTS (নির্ণায়ক)

Definition (সংজ্ঞা): To every square matrix A = [a_{ij}] of order n, we can associate a number (real or complex) called determinant of the square matrix A, where a_{ij} = (i, j)th element of A.

(প্ৰতিটো n ঘাতৰ বৰ্গ মৌলকক্ষ A=[a_{ij}] ৰ লগত আমি এটা সংখ্যা (বাস্তৱ বা জটিল) জড়িত কৰিব পাৰো, যাক বৰ্গ মৌলকক্ষ A ৰ নিৰ্ণায়ক বোলা হয়, ইয়াত a_{ij} = A ৰ (i, j)তম মৌল)

If $A=\begin{bmatrix}1 & 4\\ -6 & 5\end{bmatrix}$, then determinant of A is written as $|A|=\begin{vmatrix}1 & 4\\ -6 & 5\end{vmatrix}=\det(A)$.

যদি $A=\begin{bmatrix}1 & 4\\ -6 & 5\end{bmatrix}$, তেনেহ'লে A ৰ নিৰ্ণায়কটো $|A|=\begin{vmatrix}1 & 4\\ -6 & 5\end{vmatrix}=\det(A)$ বুলি লিখা হয় ।

Remarks (মন্তব্য):

(i) For matrix A, |A| is read as determinant of A and not modulus of A. (A মৌলকক্ষ সাপেক্ষে, |A| ক A ৰ নিৰ্ণায়ক বুলি পঢ়া হয়, A ৰ মাপাংক বুলি নহয়)

(ii) Only square matrices have determinants. (একমাত্ৰ বৰ্গ মৌলকক্ষৰহে নিৰ্ণায়ক থাকে)

How to Calculate Value of a Determinant (নিৰ্ণায়কৰ মান কেনেকৈ নিৰ্ণয় কৰিব লাগে)

(1) Determinant of a matrix of order one (এক ঘাতৰ মৌলকক্ষৰ নিৰ্ণায়ক)

Let A = [a] be the matrix of order 1, then value of |A| is defined to be ‘a’.
(A = [a] এটা 1 ঘাতৰ মৌলকক্ষ হ'লে, তেন্তে |A|ৰ মান ‘a’ বুলি সংজ্ঞাৱদ্ধ কৰা হয়)

(2) Determinant of a matrix of order two (দুই ঘাতৰ মৌলকক্ষৰ নিৰ্ণায়ক)

Let $A=\begin{bmatrix}a_{11} & a_{12}\\ a_{21} & a_{22}\end{bmatrix}$ be a matrix of order 2 X 2, then the value of |A| is defined as:

$$\det(A)=|A|=\Delta=\begin{vmatrix}a_{11} & a_{12}\\ a_{21} & a_{22}\end{vmatrix}=a_{11}a_{22}-a_{21}a_{12}.$$

ধৰা হ'ল, $A=\begin{bmatrix}a_{11} & a_{12}\\ a_{21} & a_{22}\end{bmatrix}$ এটা 2 X 2 মৌলকক্ষ । এই ক্ষেত্ৰত |A|ৰ মান তলত দিয়া ধৰণেৰে সংজ্ঞাৱদ্ধ কৰা হয়:

$$\det(A)=|A|=\Delta=\begin{vmatrix}a_{11} & a_{12}\\ a_{21} & a_{22}\end{vmatrix}=a_{11}a_{22}-a_{21}a_{12}.$$

1. Evaluate (মান নিৰ্ণয় কৰা) $\begin{vmatrix}2 & 4\\ -5 & -1\end{vmatrix}$.

   Solution: $\begin{vmatrix}2 & 4\\ -5 & -1\end{vmatrix}=2\times(-1)-(-5)\times4=-2+20=18$

2. If $A=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 4 & 2\end{bmatrix}$, then show that | 2A | = 4 | A |.

যদি $A=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 4 & 2\end{bmatrix}$, তেন্তে দেখুওৱা যে $|2A|=4|A|$.

Solution: Given that (দিয়া আছে),

$$A=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 4 & 2\end{bmatrix}.$$

$$\therefore |A|=\begin{vmatrix}1 & 2\\ 4 & 2\end{vmatrix}=1\times 2-4\times 2=2-8=-6.$$

Again(আকৌ),

$$2A=\begin{bmatrix}2\times 1 & 2\times 2\\ 2\times 4 & 2\times 2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2 & 4\\ 8 & 4\end{bmatrix}.$$

$$\therefore\ |2A|=\begin{vmatrix}2 & 4\\ 8 & 4\end{vmatrix}=2\times 4-8\times 4=8-32=-24=4\times(-6)=4|A|.$$

Hence shown(দেখুওৱা হ'ল) ।

(3) Determinant of a matrix of order 3 × 3 (তৃতীয় ঘাতৰ মৌলকক্ষৰ নিৰ্ণায়ক)

Example:

Evaluate:

$$\begin{vmatrix}3 & -4 & 5\\ 1 & 1 & -2\\ 2 & 3 & 1\end{vmatrix}$$

Solution: Given (দিয়া আছে) $\begin{vmatrix}3 & -4 & 5\\ 1 & 1 & -2\\ 2 & 3 & 1\end{vmatrix}$

Expanding along R_1(first row), we get (R_1 (প্ৰথম শাৰী)ৰ সাপেক্ষে বিস্তাৰ কৰিলে আমি পাওঁ)

$3\times(1\times 1-3\times(-2))-(-4)\times(1\times 1-2\times(-2))+5\times(1\times 3-2\times 1)$

$= 3\times 7+4\times 5+5\times 1$

$=46$